

539. Quoique tous les arcs du premier quart de cercle soient plus petits que leurs tangentes, il y en a cependant dans les quarts suivans qui leur sont égaux, & qu'il s'agit de trouver dans le problème qui suit par une méthode tirée des séries.

PROBLÈME IX.

Trouver tous les arcs qui sont égaux à leurs tangentes.

SOLUTION.

Le premier arc qui ait cette propriété est infiniment petit. Il n'y en a point dans le second quart, parce que les tangentes y sont négatives; mais il y en aura un dans le troisième, qui sera un peu plus petit que 270° . Il s'en trouvera ainsi de suite dans les cinquième, septième, &c. Soit le quart de la circonférence $= q$, & supposons les arcs en question renfermés dans cette formule $(2n+1)q - s$, de manière que $(2n+1)q - s = \cot. s = \frac{1}{\tan. s}$. Soit $\tan. s = x$, on aura $s = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \&c.$; & par conséquent $(2n+1)q = \frac{1}{x} + x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \&c.$ Or, comme l'arc s est d'autant plus petit que n est un nombre plus grand, il est clair que x sera une quantité très-petite, & qu'on aura à-peu-près $x = \frac{1}{(2n+1)q}$, ou $\frac{1}{x} = (2n+1)q$; on approche davantage en faisant $\frac{1}{x} = (2n+1)q - s = (2n+1)q - \frac{1}{(2n+1)q} - \frac{2}{3(2n+1)^3q^3} - \frac{13}{15(2n+1)^5q^5} - \frac{346}{105(2n+1)^7q^7} - \frac{2343}{945(2n+1)^9q^9} - \&c.$; & , comme $q = \frac{1}{2}\pi = 1,5707963267948$, on aura l'arc cherché $= (2n+1)1,57079632679 - \frac{1}{2n+1} - \frac{0,63661977}{(2n+1)^3} - \frac{0,17200817}{(2n+1)^5} - \frac{0,09062596}{(2n+1)^7} - \frac{0,05892834}{(2n+1)^9} - \frac{0,04258543}{(2n+1)^9} - \&c.$; ou, si on ramène les termes qui sont exprimés en parties du rayon à la mesure ordinaire des arcs, on aura l'arc cherché, considéré en général, $= (2n+1)90^\circ$